A PROPOS DE LA LOI RANG – TAILLE
Les impasses d'une mauvaise interprétation

Amor BELHEDI
Faculté des Sciences Humaines & Sociales,
Université Tunis.

ملخص: حول قانون المرتبة-الحجم وإشكاليات التأويل

يستعمل قانون المرتبة الحجم في دراسة التراتب الحضري ويتمثل في وجود علاقة ثابتة تربط أحجام المدن بمراتبها. غير أن التبسيط المفرط لهذه القانون أدى إلى أخطاء تأويلية يتمثل الأول منها في إعتبار الحالة الخاصة قانونا عاما يحكم الترابط العام في حين أن الخطأ الثاني يتلخص في إعتماد المدينة الأولى والتي هي نتاج للمنظومة الحضرية كأساس لتحديد أحجام المدن الأخرى.

Résumé: A propos de la loi rang-taille, les impasses d'une mauvaise interprétation

La loi rang-taille est utilisée pour l'analyse de la hiérarchie urbaine et stipule la présence d'une relation stable entre le rang et la taille des villes. Seulement, la recherche de la simplicité à tout prix a conduit à des aberrations, la première consiste à ériger le cas particulier en une norme tandis que la seconde consiste à prendre la première ville qui n'est que le produit du système comme base pour déterminer la taille des autres villes.

Abstract: About the rank-size rule, the stalemates of a bad interpretation

The rank-size rule is used for the analysis of the urban hierarchy and stipulates the presence one steady relation between the rank and the size or towns. Only, the research of the simplicity to all prize conducted to some aberrations, the first consists in to erect the particular case in a norm while the backs consists in to take the first town who is only the product of the urban system like basis in order to determine sizes of the others towns.

Le contexte dans lequel se sont effectuées l'urbanisation et les modalités de la croissance urbaine marquent fortement le système urbain dans sa configuration, sa hiérarchie et la distribution spatiale de ses éléments. La base productive des villes contribue à moduler l'espacement du semis urbain, la forte centralisation du système socio-politique et économique ou la diffusion des services déterminent la hiérarchisation des villes et sa plus ou moins régularité.

La loi rang-taille est souvent utilisée pour analyser la hiérarchie urbaine et sa régularité. La formulation simplifiée de cette loi a tellement fasciné les utilisateurs qu'elle a contribué souvent à des aberrations et des contresens et on a oublié l'esprit de la loi qui en fait plutôt une loi de répartition interne de la population urbaine qu'une norme. Notre propos consiste ici à présenter cette loi dans sa formulation générale et simplifiée et montrer que l'utilisation abusive de la formulation simplifiée a conduit à des contresens.

I - LA LOI RANG - TAILLE : Les biais de la simplification

La hiérarchie urbaine a été souvent analysée à travers la Loi Rang-Taille, connue souvent par la loi de Zipf (1949)[1] bien qu'elle ait été découverte avant lui. Selon Zipf, les deux forces d'organisation spatiale de concentration-dispersion agissent de telle manière que la population se distribue de manière régulière selon le rang des villes.

1 - Présentation : un rapport hiérarchique constant entre la taille et le rang

La loi rang-taille stipule la présence d'une relation inverse entre la taille (P) et le rang (r) des villes selon la relation : $\mathbf{P_r = b.r^a}$ où a et b sont des paramètres. Cette loi s'exprime par une courbe concave inverse et se traduit, dans une échelle bilogarithmique, par une droite lorsque la distribution est régulière.

Elle exprime une loi de répartition interne du système urbain où le rang et la taille sont régis par relation allométrique avec un rapport constant (a). Lorsque le rang (r) augmente de 1%, la taille (Pr) diminue de a %. b est une constante qui exprime la valeur de Pr lorsque r est égal à l'unité, elle tend à se rapprocher de la valeur de la première ville P1. La loi rang-taille exprime ainsi un rapport hiérarchique constant dans le système urbain.

2 - Lorsque le cas particulier s'érige en une norme !

Les différentes études menées, un peu partout dans le monde, ont montré que la valeur de (a) avoisine souvent l'unité tandis que celle de (b) se rapproche de la taille de la première ville (P_1). C'est la raison pour laquelle la loi est souvent présentée sous sa forme simplifiée :

$$\mathbf{P_r = P_1/r}$$

La régularité est telle que la seconde ville est la moitié de la première et la troisième ville n'en est que le tiers… La taille des villes, dans un pays donné, suit ainsi une série arithmétique : 1, ½, 1/3, ¼, …1/n. Ainsi, on peut déduire que P1.r1= Pi.ri = Pn.rn avec P1, Pi, Pn : population de la première, la i ème et la n ème ville, r1, ri, rn : rang de la première, la i ème et la n ème ville.

En connaissant la taille de la première ville et le rang d'une ville donnée, on peut ainsi déterminer la population de cette ville selon la forme simplifiée : Pr = P1/r.

C'est cette forme simplifiée qui va être utilisée par les différents chercheurs et conduire parfois à des aberrations qui découlent de l'usage d'un outil d'analyse trop simplifié qui a fini par ériger un cas particulier en une norme. Aucune étude dans le monde jusqu'à présent n'a montré que la valeur de (a) est égale à l'unité ou que celle de (b) est équivalente à la population de P1. Ce que les études ont montré c'est seulement que les valeurs de (a) et de (b) se rapprochent de l'unité et de celle de P1. Il est vrai aussi que l'évolution chronologique dans les pays où on dispose de données sur de longues séries comme la Suède ou les USA montre une tendance vers une plus grande régularité, en se rapprochant de 1 et de b (Cf. Haggett 1973, Claval P 1980). En Tunisie aussi cette tendance est très manifeste (Cf. Belhedi 1992).

3 - La première ville comme base : lorsque le sous-produit devient la norme !

La première ville est souvent prise comme référence de base pour l'analyse de la distribution théorique de la taille des villes ou au traçage de la droite théorique. Toutes les autres villes se trouvent déterminées en fonction de cette ville primatiale tandis que la droite a pour origine P1.

Il se trouve que la première ville est, elle-même, le produit du système urbain et le paradigme central de la loi est cette distribution des effectifs à l'intérieur du système urbain et le rapport hiérarchique qui relie les différents centres urbains. On ne peut utiliser un produit du système comme référence à ce dernier ? . Par ailleurs, comment saisir, exprimer et déterminer la sururbanisation et la primatialité si tout le système est calibré sur la première ville qui est considérée comme normale puisqu'elle est prise comme référence ? . Souvent l'écart entre la première ville et les autres villes est tellement important et tenace qu'il contribue à gauchir complètement l'ensemble du système urbain. Cet écart n'est pas seulement démographique, il est aussi économique, politique, social, culturel et spatial. Il s'entretient de lui-même à travers un processus cumulatif, complexe et difficile à rompre.

La première ville ne peut en aucun cas être prise comme référence pour une autre raison aussi. Si on essaie de voir la distribution des effectifs théoriques, calibrée sur la base de la première ville, on constate que l'effectif total théorique n'est pas égal à l'effectif réel global dans un système à n villes, la somme des écarts n'est pas nulle ce qui ne respecte pas la contrainte aux marges ! . On voit que quelque soit la nature de la distribution, la population urbaine totale réelle est différente de la distribution théorique (Cf. tab.1). La seule valeur commune à toutes les distributions est celle de la première ville dans la mesure où elle est prise ici comme repère.

Le tableau suivant montre un exemple de sept distributions théoriques différentes de cinq villes où la première ville a la même taille de 100 mille habitants qu'on peut comparer à la distribution théorique simplifiée de zipf (en gras dans le tableau) placée d'ailleurs au milieu de ces distributions classées selon l'effectif de la population urbaine totale.

1 - Exemples de distributions de cinq villes oùla première ville a 100 mille hab.

Rang	D1	D2	D3	**D. Théorique De Zipf**	D4	D5	D6	D7
1	100	100	100	**100**	100	100	100	100
2	.5	10	30	**50**	7	90	95	100
3	.3	5	20	**33.333**	40	80	90	100
4	.18	2	10	**25**	30	70	85	100
5	.02	1	5	**20**	25	60	80	100
Total	101	118	16	**228.333**	265	400	450	500

On voit que la valeur totale du système urbain varie de presque 100 (soit P1) lorsque toutes autres villes sont insignifiantes et 500 lorsque les cinq villes ont la même population, soit P = n.P1, on a ainsi : P1 < P <= nP1.

On voit à partir de cet exemple simple que le total théorique dans le cas d'une distribution simplifiée de Zipf n'est qu'un cas particulier de la distribution. Ce total oscille entre P1 et nP1 avec une taille fixe pour la première ville.

L'écart avec la distribution simplifiée de Zipf est aussi important que celui entre la taille des villes est élevé (D1) ou les tailles sont très rapprochées (D7). La question est plutôt liée à la distribution globale des tailles et non à la première ville.

4 – La population totale comme base

La ville primatiale ne peut être prise comme référence dans la mesure où la loi de Zipf est plutôt une loi de répartition interne, une loi de distribution hiérarchique à l'intérieur du système urbain. Seulement, on a été fasciné par la facilité de la formulation simplifiée puisqu'il suffit de connaître la taille de la première ville pour déterminer la taille de n'importe quelle ville à condition de connaître son rang et on a oublié l'esprit de la loi qui se fonde sur la distribution hiérarchique des tailles.

Par ailleurs, on constate que le total de la population urbaine varie non en fonction de la taille de la ville primatiale mais plutôt du *nombre de villes* et de *la distribution interne* de la population. Ce total est plus ou moins gonflé selon le rapport distributif des villes, du rapport avec la seconde ville mais aussi des rapports successifs entre les différentes villes. Le résultat est très sensible au sommet de la pyramide et aux tailles élevées.

Ainsi, la population de la ville primatiale est un élément important certes du système, mais elle ne peut servir de base pour l'effet distributif. Au contraire, en prenant la population totale comme base, la ville première serait elle-même déterminée comme les autres villes. Sa population théorique serait un indicateur de primatialité très significatif dans la mesure où plus cette ville concentre la population et plus sa taille observée serait largement différente de la valeur théorique obtenue dans un système donné (Cf. infra) où on respecte la contrainte aux marges, exprimée ici par une population totale fixe.

*** la nécessité d'inverser le problème**

En utilisant la population totale comme base, la valeur théorique de P1 aurait réellement un sens qui serait celui de la taille que prenait la première ville si la distribution hiérarchique (simplifiée ou non) est régulière. Autrement, en prenant P1 comme base, la primatialité n'existe même pas puisqu'on considère que la ville première est normale (elle est prise comme référentiel !) et ce sont les autres villes qui ont des tailles probablement différentes des tailles réelles (atrophiées ou gonflées) ce qui est le comble du problème !.

En se référant à la population totale, le problème se trouve ainsi inversé. Aucune ville n'est considérée comme une référence, c'est l'ensemble du système qui sert de base (la population totale, le nombre de villes), c'est la seule contrainte imposée.

*** La taille théorique de la ville primatiale :**

On peut calculer la taille théorique de la ville primatiale en utilisant les séries que ce soit dans la forme simplifiée ou générale de la loi de Zipf.

- *Dans la forme simplifiée de la loi de Zipf* : dans une distribution simplifiée de Zipf de la forme Pr = P1/r, chaque ville a une taille inversement proportionnelle à son rang.

Soit P : La population urbaine totale. P1, Pn : Population de la ville 1 et n. ri, rn : rang de la ville i et n. On peut écrire la relation suivante :

$P = P1 + P2 + P3 + \ldots Pn$

$P = P1\ \ 1/2P1 + 1/3P1 + 1/4P1 \ldots + 1/nP1$

$P = P1(1+1/2 + 1/3 + ¼ + 1/5 + \ldots 1/n)$

$P = P1\ \Sigma\ (1/r)$ avec r =1, 2, 3, …i, …n. d'où on peut tirer la taille théorique de P1 :

$\mathbf{P1 = P/\Sigma(1/r)}$

Dans l'exemple précédent, la population théorique de la ville primatiale varie entre 44.234 (101/2.28333) et 218.978 hab. (500/2.283333) dans un système de cinq villes dont le total de la population serait de 101 et 500 mille hab. (Cf. Tab. 1). Le chiffre de 100 mille hab. ne se retrouve que dans le cas théorique simplifié de Zipf ! . Dans tous les autres cas, on n'obtient pas ce chiffre magique de 100 ! .

- *Dans sa forme générale de la loi de Zipf* : Dans sa formulation générale la loi de Zipf s'écrit $Pr = b\ r^{-a}$ et on peut développer de la même manière la relation entre P et P1 sur la base des séries (Cf. A Belhedi 1992).

5 - Lorsque le cas particulier s'érige en une norme ?

La simplicité de la formulation a fasciné probablement les chercheurs à tel point qu'on a enterré totalement la loi et retenu uniquement le cas particulier où b=P1 et a =1. Les analyses montrent que la valeur de (a) se rapproche de l'unité sans l'atteindre. L'analyse du système urbain tunisien montre que cette valeur oscille entre 0.866 et 1.797 selon le niveau de base retenu. La valeur théorique de P1 ou b n'est que 40 à 66% de la valeur réelle de Tunis.

En fait, la valeur de l'unité n'est atteinte par la pente qu'exceptionnellement au même titre que b n'égale P1. Au nom de la simplicité, on a érigé l'exception en règle ! . On passe ainsi à côté de l'essentiel en croyant que tout système tend vers cet équilibre fallacieux ! .

La réalité c'est que tout système tend à l'équilibre dont une des manifestations est la régularité hiérarchique qui assure la redistribution interne au système urbain. Il en découle que cette régularité s'exprime à travers un rapport constant entre la taille et le rang exprimé par une constante a qui peut être proche de l'unité. La formulation devient alors $Pr = b.r^{-a}$.

Ce rapport constant régit tout le système urbain même s'il y a des exceptions ou des déviations dans un sens ou un autre à un niveau quelconque. Le rapport à la seconde ville ou aux trois villes suivantes n'est qu'un cas particulier et ne peut caractériser l'ensemble du système. Une bonne régularité au sommet n'exclut guère une mauvaise hiérarchisation par la suite ou l'inverse ! .

Ainsi, on peut écrire que le rapport $P1/P2 = 1/2^{-a} = 2^{a}$.

$P1 = b,\quad P2 = b\ 2^{-a},\quad P3 = b\ 3^{-a}\ldots\quad Pn = b\ n^{-a}$

$P1/P2 = 1/2^{-a} = 2^{a}$ et $P1/Pn = 1/n^{-a} = n^{a}$

$P = P1 + P2 + P3 +\ldots Pn = b + b\ 2^{-a} + b\ 3^{-a} +\ldots b\ n^{-a}$

$P = b(1 + 2^{-a} + 3^{-a} +\ldots n^{-a})$

$P = b\ \Sigma\ r^{-a}$ avec r variant de 1 à n

On peut alors déterminer la taille théorique de la première ville, soit : $\mathbf{P1 = P/\Sigma\ r^{-a}}$

Le rapport entre P1 et P2 est alors 2^{a} où a est ce rapport constant d'allométrie qui relie le rang à la taille. La valeur de 2 n'est alors qu'un cas particulier lorsque le rapport allométrique est égal à l'unité, c'est à dire lorsqu'on affaire à un rapport de proportionnalité entre le rang et la taille des villes. Lorsque le rapport hiérarchique est fort élevé la pente a dépasse l'unité et la seconde ville est plus faible que la moitié de la première et la troisième ville est en deçà de son tiers... Au contraire, lorsque ce rapport hiérarchique est faible, c'est à dire quand la taille diminue moins rapidement que le rang on se trouve dans le cas où le seconde ville se rapprocherait de la ville primatiale.

Même dans ce cas général, on peut déterminer la taille d'une ville quelconque à condition de connaître la valeur de la pente (a) et le rang de cette ville : $Pr = b/r^a$ avec b égale à la population théorique de la ville primatiale ($P1= b/1^a = b$).

6 - Des indices de primatialité

De nombreux auteurs ont proposé des indices de primatie allant du rapport à la seconde ville (Jefferson), aux trois villes (Stewart), quatre, cinq, cinquante voire toutes les autres (n-1) villes du système urbain (Cf. Lemelin A, Polèse M, 1992). Nous avons déjà nous mêmes proposé dans un travail antérieur ily a quelques temps, un certain nombre d'indices de primatie (Cf. A Be, 1992), nous présentons ici seulement trois indices qui ont le mérite de la simplicité, de la pertinence et de la généralisation potentielle aux autres villes à la fois.

- **La part de la première ville dans la population urbaine** constitue un bon indice de primatie (32% pour Tunis). Cet indicateur simple le mérite d'exprimer le poids de la ville primatiale par rapport à l'ensemble du système urbain : **$p1= P1/\Sigma P$**.

* **Le rapport entre la population réelle (P1) et la population théorique (b)** de la première ville : **$p2 = P1/b$**

Ce rapport est d'autant plus élevé que la primatie est prononcée. L'unité exprime la régularité tandis qu'une valeur supérieure à 1 indique la primatie alors qu'une valeur plus faible reflète le tassement sommital[2]

* **Le rapport de l'écart entre les tailles observée (P1) et théorique (b) à la taille théorique de la première ville** : $p3 = (P1 – b)/b$, soit **$p3 = P1/b - 1$** = p2 - 1.

Cet indice est nul lorsque la taille théorique est égale à la taille réelle. Il est négatif lorsque la taille réelle est plus faible que la taille théorique. La valeur extrême se trouve atteinte lorsque toutes les villes sont égales. Il est positif dans le cas contraire et la valeur maximale est atteinte lorsque la majeure partie de la population urbaine se trouve concentrée dans la première ville.

Dans l'exemple précédent d'une distribution simplifiée (Cf. Tab), cet indice varie de 0.43.8 à –1.18.9. Il est égal à 0 dans la distribution théorique simplifiée de Zipf.

Vers la généralisation des indices de primatialité :

La primatialité ne se limite pas à la première ville et peut toucher les autres villes dont la taille s'écarte trop des villes qui lui succèdent. On parlera ainsi de primatialité dés le moment que l'écart par rapport à la ville suivante s'élève un peu trop par rapport au rapport hiérarchique général qui régit le système. On peut alors généraliser ces indices aux autres villes (de taille réelle Pr, de taille théorique Pr' et de rang r) que ce soit dans le cas simplifié (a=1) ou général (a≠1) qui prennent alors la forme suivante :

$p1 = Pr/\Sigma P$
$p2 = Pr/Pr' = Pr/(b/r^a)$
$p3 = Pr/pr' - 1 = Pr/(b/r^a) - 1$

Lorsque a=1 on retrouve le cas simplifié et quand r=1 on retrouve la première ville.

II - L'ANALYSE DU SYSTEME URBAIN TUNISIEN

L'analyse des différents paramètres du système urbain tunisien à différentes dates et en particulier en 1984 permet de tirer un certain nombre de conclusions dont on peut résumer les principales :

Tunis est une ville primatiale dans la mesure où elle se détache trop du reste des villes. Le rapport à la seconde ville n'a cessé de s'élever depuis les années 1960 alors que paradoxalement la capitale perdait de son poids par rapport au système urbain; processus paradoxal qui ne s'explique que par les mécanismes de la croissance urbaine qui s'est faite surtout par les deux extrêmes et particulièrement par le bas.

2 - Paramètres de primatie de Tunis

Indice	**Formulation**	**1956**	**1966**	**1975**	**1984**	**1994***	**Distribution théorique simplifiée de Zipf**
% population urbaine	(P1x100)/ΣP	44.8	37.3	33.7	32.5	30.2	(1/Σ(1+1/2+...))100
Indice Jefferson[3]	j = P1/P2	2.61	3.11	3.46 (3.56)	3.92	4.63	2
Indice de Stewart	S =P1/(P2+P3+P4)	1.66 (2.1)	1.98	2.12	2.43	2.54	0.926
p1	P1/ΣP	0.448	0.373	0.337	0.325	0.302	1/Σ(1+1/2+... /n)
p2	P1/b	1.555 (2.02)	2.325	2.5	2.857	1.31	1
p3	P1/b - 1	0.555 (1.02)	1.325	1.5	1.857	0.31	0

(3,55) : Population totale (autochtone et coloniale). * toutes les communes 1994. Cf. A Belhedi, 1992.

Les différents indices expriment une forte primatie de Tunis mais aussi de Sfax[4] où la courbe présente une cassure sommitale. L'atonie du niveau moyen est liée à trois facteurs : d'abord **la faiblesse du niveau de vie du monde rural** qui a notamment besoin de petits centres beaucoup plus que de moyennes villes, ensuite **le court-circuitage** très fréquent dans le système qui s'opère au profit de la capitale ; enfin la carence de la vie régionale et l'action centralisatrice de l'Etat.

La courbe montre un gonflement des petites villes (au-dessous de 40000 hab.) lié au processus de **croissance urbaine par le bas** qui fait que ce sont les petites villes qui enregistrent les taux les plus élevés de la croissance (A Belhedi 1992) suite à l'action d'encadrement territorial de l'Etat et à la promotion communale de plusieurs localités à travers le pays assurant ainsi un maillage de plus en plus serré de l'espace. Ces centres, une fois dotés de services et d'équipements socio-collectifs vont exercer une forte attraction sur les populations environnantes ce qui s'est exprimé par de forts taux de croissance du moins dans la décennie qui suit la promotion au statut communal ou administratif (délégation, gouvernorat).

La rupture basale de la courbe se situe vers 2500 hab. et marque **le passage** du système urbain au système des agglomérations rurales. Ce seuil, loin d'être fixe, a évolué dans le temps vers la hausse depuis 1956 (Cf. A Belhedi 1992).

La hiérarchie urbaine est exprimée par la pente de la courbe (a) qui reflète **l'effet du rang**. Sa valeur indique de combien baisse la taille (en a%) lorsque le rang augmente de 1%. La hiérarchisation est plus ou moins forte selon que la valeur a dépasse ou non l'unité. A une valeur supérieure à l'unité, la taille augmente plus vite que le rang et inversement. A une valeur proche de l'unité correspond une variation proportionnelle des deux paramètres mais en sens inverse. La pente est passée de 1.03 à 1.09 entre 1956 et 1984. Cette relative stabilité résulte en fait des processus contradictoires de la croissance extrémale qui caractérise le système tunisien ce qui explique la faible hausse de la valeur de la pente. En outre, le déplacement de la courbe vers le haut d'une année à l'autre exprime en réalité l'enrichissement du système par le bas comme si la croissance urbaine se répartissait, d'une manière inégale certes, sur l'ensemble des agglomérations. Le déplacement de la rupture basale vers le haut fait comme si le seuil de l'urbanité augmentait sans cesse.

La régularité de la hiérarchie s'exprime à travers **la corrélation** entre le rang et la taille. La présence de seuils (de sur ou de sous-représentation d'une strate ou d'une autre) se traduit par la baisse de la corrélation. L'analyse des agglomérations en 1956 et 1994 permet de voir que la corrélation et la pente ont presque gardé la même valeur.

3 - Paramètres de la loi rang -taille en 1956 et 1994

		Pente a	Constante b	Corrélation r	P1/b
1956	P. tunisienne	- 1.0247	268.336	- 0.9759	1.555
	P. totale	- 1.0298	299.331	- 0.9790	2.020
1984	Villes de 80.000 & plus	- 1,7970	1.092.989	- 0,9653	1.228
	Villes de 50.000 & plus	- 1,3781	824.375	-0,9508	1.628
	Villes de 30.000 & plus	- 1,0545	578.353	- 0,9502	2.321
	Villes de 20.000 & plus	- 0,9193	463.599	- 0,9567	2.896
	Villes de 10.000 & plus	**- 0,8660**	**413.154**	**- 0,9784**	**3.249**
	Villes de 5.000 & plus	- 0,9144	472.785	**- 0,9829**	2.839
	Villes de 2.500 & plus	- 1,0200	653.831	- 0,9801	2.053
	Agglomérations>=2000 hab	- 1,0923	832.367	- 0,9773	1.613
1994	Toutes les communes	-1,2275	1.393.670	-0.97248	1.31

Source: A Belhedi 1992. INS 1994

L'analyse de la distribution selon la taille en 1984 montre que les deux paramètres (a) et (b) baissent progressivement et atteignent leur plus faible valeur au niveau de 10.000 habitants avant de s'élever de nouveau alors que le rapport (P1/b) y atteint sa plus grande valeur. Le coefficient de corrélation atteint sa plus forte valeur entre 2500 et 5000 habitants, seuils de rupture déja signalés qui marquent le passage au monde semi urbain et rural (Cf. A Belhedi 1992). Ces résultats expriment qu'en deçà de 10.000 hab, il s'agit d'un semis urbain hybride où la ruralité est encore prégnante et l'urbanité y est moins claire.

Si on examine la relation entre le de primatialité (b/P1) et la part relative dans la population u, exprimée en pourcentage (PPUrb) au niveau des différentes régions de la Tunisie en 1984 (Cf. annexe), on trouve une corrélation très significative de la forme: b/P1=1,886PPUrb– 0,01508 avec une variance expliquée de 66,6%.

L’analyse des différents paramètres de la loi Rang-taille entre 1956 et 1994 montre que la pente (a) a baissé jusqu’en 1975 date où elle a atteint sa plus grandvaleur (1,217) pourbaisser par la suite et atteindre 1,123 en 1994. La corrélation a atteint sa plus forte valeur en 1966 avec 0,9778, niveau à peine approché en 1994. Le rapport de primatialité (b/P1) est à peine au dessus de son niveau de 1956 avec une valeur de 0, 761 et 0,733 respectivement après avoir atteint son maximum en 1975 dépassant ainsi pour la première et la dernière fois l’unité (1,059). En dépit de l abaisse de la pente durant les années 1960-1970, on relève une relative stabilité de ce rapport hiérarchique qui lie la taille au rang des villes autour de 1,12 à 1,13.

Parallèlement, le rapport de primatie (b/P1) a enregistré une stabilité passant de 0,733 en 1956 à 0,761 en 1994 avec une pointe en 1975. La baisse de 1966 exprime le creusement de l’écart entre la Capitale et les autres villes suite à la mise en place de l’Etat centralisateur tandis que la valeur de 1,059 des années 1975 dénoterait plutôt de la tendance inverse vers la décentralisation et la baisse de l'écart entre Tunis et les autres villes mais ce processus n'a pas duré longtemps et on assiste de nouveau avec le début des années 1980 au creusement de l'écart Tunis-Tunisie urbaine ce qui exprimerait probablement l'essoufflement de la croissance entamée avec le début des années 1970 en dépit de la baisse du taux de croissance démographique de la Capitale et la baise de sa part relative dans la population urbaine.

Evolution des paramètres de la loi Rang-Taille 1956-1994

	Pente a	Constante b	Corrélation r	r^2	P1	b/P1
1956	-1,13123	431.559	-0,9445	0,8930	588.191	0,733
1966	-1,08669	465.565	-0,9778	0,9562	721.126	0,645
1975	-1,21766	987.892	-0,9624	0,9263	932.469	1,059
1984	-1,14238	1.024.873	-0,9683	0,9259	1.282.510	0,799
1989	-1,13095	1.143.958	-0,9735	0,9477	1.497.251	0,764
1994	-1,12279	1.393.831	-0,9722	0,9455	1.830.634	0,761

Source : INS, Traitement personnel.

En outre, on peut relever de ce tableau l'évolution parallèle entre la pente (a) et le rapport hiérarchique (b/P1) contrairement à la valeur de la corrélation qui varie plutôt en sens inverse. Cette relation exprime en fait que la hausse de la primatialité tend à consolider le rapport hiérarchique global dans le système urbain exprimé par la pente (a) qui serait plus raide tandis que sa baisse aurait plutôt un effet inverse. La corrélation qui exprime la régularité globale de la courbe a tendance à évoluer en sens inverse.

La baisse de la pente (a) et du rapport P1/b, après avoir atteint leur plus grande valeur en 1975 consécutive à une baisse en 1966, exprime le double paradoxe du système urbain tunisien à travers l'aggravation de la primatialité et le gonflement basal dans une première étape lors de la mise en place de l'Etat-Nation centralisé, reflétant **l'ordre étatique** qui se manifeste par l'excessive centralisation au sommet dans la capitale et la diffusion de l'urbanisation en bas de l'échelle à travers le développement du fait communal et la diffusion de l'urbanisation. La hausse dans les années 1970 exprime la consolidation du rapport hiérarchique (a) et le recul relatif de la place de Tunis suite à l'affinage de la capitale et à probablement à la décentralisation qui démarre avec la fin des années 1970.

Le recul de l'exode dans la croissance urbaine d'une manière générale lors des deux dernières décennies (Cf. MDE-INS, 1996) d'un côté, l'essoufflement au cours des années 1980 de la croissance entamée par le pays et dont les petites et moyennes villes notamment celles du littoral ont beaucoup profitée de l'autre, se trouvent derrière la baisse du rapport de primatialité tandis que la multiplication des communes[5] en bas d'échelle explique la baisse de la pente.

III - LA LOI RANG -TAILLE : Interprétation en termes d'équilibre et d'une loi de répartition interne

C'est **en termes d'équilibre** qu'il faut envisager, sous sa formulation générale, la loi de Zipf dont les termes convergent vers P1 et l'unité (1), valeurs qui expriment ici un rapport hiérarchique proportionnel entre le rang et la taille d'un côté, l'absence de primatie où la première ville serait en équilibre avec l'ensemble du système de l'autre. Ce n'est que sous ces deux conditions que les valeurs du cas simplifié peuvent être atteintes et c'est en ces termes qu'il faudrait interpréter les valeurs de a et de b.

Les études historiques ont révélé une tendance à la régularité (Haggett P.1973) et que dans les pays où il y a un certain équilibre régional, on relève une allure plus régulière. La droite constitue en fait un état d'équilibre mais la présence de seuils est nécessaire dans la mesure où tout système est organisé en paliers, le continuum serait même la négation de l'organisation hiérarchique ! Mais la droite ne signifie guère un rapport hiérarchique proportionnel (a=1), elle exprime seulement la régularité et la constance du rapport indépendamment de sa valeur.

La loi rang-taille est une distribution log-normale (A Belhedi 1992) qui reflète les processus stochastiques de croissance qui caractérisent tout système organisé et hiérarchisé avec des facteurs locaux aléatoires (durée, étendue, situation, complexité du système socio-politique...). Dans le cas opposé, la porte se trouve ouverte devant un nombre réduit de forces puissantes et décisives donnant lieu à une distribution primatiale (J. B Berry 1961, P. Haggett 1973) exprimées ici par la forte centralisation historico-politique et l'inertie du système. La loi est à placer d'ailleurs, dans le cadre de la théorie de Zipf sur le comportement humain, qui serait le résultat d'un processus contradictoire entre les tendances à la diversification et la dispersion d'un côté (minimisation du coût des matières premières) et celles de l'unification et l'agrégation (minimisation du coût des produits finis) de l'autre, le résultat étant une relation inverse entre la taille et le rang (S.A. Bailly 1978 p 39).

Au lieu de s'intéresser à chacune des villes caractérisées par la taille et le rang ce qui pose le problème de la discontinuité, on peut utiliser les strates de taille (taille supérieure ou égale à une valeur xi donnée), la relation s'écrit alors comme suit : $\mathbf{N_i = bx_i^{-a}}$ avec N_i = le nombre de centres supérieurs ou égaux à une taille xi donnée. Sous cette forme, on a affaire à **une loi de réparation interne** relativement stable faisant abstraction de la première ville (P_1) et dépassant le problème de la discrétion de la taille des villes. Les analyses des données urbaines depuis 1956 montrent la frappante stabilité de la pente, les courbes sont quasi-parallèles avec une tendance générale à la hausse. La loi de répartition donne de meilleurs résultats au milieu alors que les extrêmes sont sous ou sur-représentés ce qui correspond aux cassures sommitale et basale. La pente entre 1956 et 1984 a été relativement stable (de l'ordre de 0,975 entre 1956 et 1975 et -1,06 ensuite), cette stabilité sur une aussi longue période montre la persistance des processus hiérarchiques (Cf. A Belhedi 1992, p236).

Conclusion

Cette brève analyse monte que la loi Rang-taille a été l'objet de simplifications qui ont conduit souvent à des impasses d'interprétation qui enlèveraient tout intérêt à cette loi. Elle montre aussi que très souvent on a privilégié la chose plus que le sens de la chose. Cette loi a été l'objet de deux impostures, la première est sa présentation souvent sous sa forme simplifiée où la pente (a) serait égale à l'unité et (b) égale à la population de la première ville alors que ces valeurs n'expriment en réalité qu'une situation exceptionnelle, celle de l'équilibre du système urbain, de la proportionnalité entre le rang et ltaille et d'un système où la première ville serait en harmonie avec lereste des villes. La seconde imposture est celle de prendre cette première ville qui n'est que le produit du système urbain comme base pour déterminer la taille des autres villes, le produit devient ainsi la norme régulatrice du système.

Bibliographie

BAILLY A.S - 1978 : L'organisation urbaine : théorie et modèles. CRU, Paris, 2° édit (1° édit 1975).
BELHEDI A – 1992 : L'organisation de l'espace en Tunisie. PUT, FSHS.
BELHEDI A - 1992 : Le système urbain tunisie. Croissaurbaine et sthiérarchique. RTG, 21/22, 1992, pp191-177 :
BELHEDI A – 1993 : L'urbanisation en Tunisie : croissance urbaine, structuration hiérarchique et contenu fonctionnel. RTSS, 112, 1993. Pp50-11 : .
BERRY B.J.L - 1961 : City Size Distribution and Economic Development. Economic Development and Cultural Change, IX, pp: 573-588. (cf. P HAGGETT 1973).
BERRY B.J.L et GARISON W.L - 1958 : Alternative Explanation of Urban Rank-Size Relationships. A.A.A.G, vol 48, pp: 83-91, cf. pp: 230-239 in << Readings in Urban Geography>>.
CLAVAL P - 1981 : La logique des villes. Litec, Paris, 633p.
CURRY L - 1964 : The Random Spatial Economy: an Exploration in Settlement Theory. A.A.A.G, n° 54, pp: 138-146.
HAGGETT P - 1973 : L'analyse spatiale en géographie humaine. A. Colin, coll. U, Paris 390p (1° édit 1967 en anglais).
HAYDER A - 1979 : Note sur l'armature urbaine tunisienne et son évolution récente : une application de la loi rang-taille. RTG, n° 4, pp: 113-126.
INS : Recensements Généraux de la Population et des Logements 1966, 1975, 1984.
JEFFERSON N.M - 1939 : The Law of the Primate City. Geographical Review, pp: 227-232. Cf. <<Readings in Urban Geography>>.
LEMELIN A, POLESE M - 1992 : Primate Cities, Urbanization and Economic Development : an Econometric re-examination. Symposium international "Le défi urbain des pays en développement" Montréal, 5-6 novembre. 61p. Ronéo. Villes et développement, G.I.U.Montréal.
LINSKY A.S - 1965 : Some Generalizations concerning Primates Cities. A.A.A.G, n° 3, pp: 506-514.
MDE/INS – 1996 : Migration intérieure et développement régional. Etude statégique. Rapport final.Dir de A Belhedi. 310 p.
SIMON H.A - 1957 : Models of Man. New YorK.
STEWART C.T Jr - 1958 : The Size and Spacing of Cities. Geographical Review, n° 48, pp: 222-245. Cf. << Readings in Urban Geography>>, pp: 240-256.
STEWART J Q - 1947 : Empirical Mathematical Rules Concerning the Distribution of Equilibrum of Population. Geographical Review, n° 37, pp: 461-485.
STEWART J.Q - 1950 : Empirical Mathematical Rules Concerning the Distribution and Equilibrum of Population. Geographical Review.
STEWART J.Q et WARNTZ W - 1958 : Macrogeography and Social Science. Geographical Review, n° 48, pp: 167-184.
ZIPF G.K – 1941 : National unity and disunity.
ZIPF G.K - 1949 : Human Behavior and the Principle of Least Effort. Cambridge.

Amor Belhedi
Tunis, le 09 mars 2001

Notes

1 – George K Zipf – 1941: National unity and disunity. Cf. Human behavior and the principle of least effort. 1949. Il faut noter que Erbach a fait déjà allusion à cette relation entre la taille et le rang de la

ville. Lotka a aussi noté la relation tandis que Goodrich a en 1929 exprimé ce rapport dans un livre édité par Mc Kenzie. En 1936, Singer s'est interrogé sur le fait que la forme pyramidale entre la taille et le nombre des villes pourrait suivre la loi de Pareto reliant le revenu et l'effectif concerné.
2 – Ce n'est que notre indice p4 proposé en 1989 . Cf. A Belhedi, 1989 et 1992.
3 – Il faut signaler que M Jefferson n'a pas élaboré cet indice. Il s'est intéressé particulièrement à la ville primatiale et a montré que le rapport à la seconde ville est souvent de trois dans de nombreux pays. C'est nous qui avons mis en place cet indicateur pour exprimer le rapport entre les deux prmeières villes qyu doit être égal à 2 dans le cas d'une distribution régulière simplifiée de Zipf.
4 – On a proposé en 1989 l'indice K qui est égal au nombre de villes don't la population totale est égale à celle de la première ville (ce nombre varie de 9 à 18). Ce nombre a été rapporté au nombre total de villes pour tenir compte de la taille du système urbain. Cf. A Belhedi 1992.
5 – En 1984 et à la veille des élections municipales environ 45 localités rurales ont été érigées en communes. Cf. A Belhedi 1992.

Annexe

Paramètres de la loi de Rang-taille des systèmes urbains régionaux en 1984

Région Zone	Pente a	Constante b	Corrélation r	Pop P_1 (1000)	%P_1 /P. Urb Régionale	b/P1
Tunis	- 1,6170	236.517	- 0,9252	1250	96,8	0,189
S. Bizerte	- 1,8060	132.689	- 0,9344	94,5	42,9	1,404
Cap Bon	- 1,0759	90.296	- 0,9572	59,0	23,0	1,530
Sahel	- 0,9900	146.542	- 0,9096	83,5	15,0	1,754
Kairouanais	- 1,4816	36.629	- 0,4222	72,2	70,0	0,506
Gammouda	-1,1372	16.285	- 0,9468	19,2	53,4	0,849
Z. Kasserine	-1,5702	52.542	- 0,9348	47,6	46,2	1,102
Zone de Sfax	- 1,7141	115.407	- 0,9466	304,7	89,7	1,276
Jerid	- 1,4812	27.738	- 0,9277	21,6	49,6	1,282
Bassin Gafsa	- 1,3949	78.895	- 0,9798	61,0	41,5	1,293
Nefzaoua	- 0,9270	15.429	- 0,9556	16,5	58,3	0,933
A**radh /Beni Zid**	- 1,6179	72.557	- 0,9901	92,2	65,5	0,789
Jeffara /Sud-Est	- 1,4666	84.916	- 0,8727	49,0	22,0	1,732
Extrême NO	- 1,4663	36.459	- 0,8655	23,2	35,5	1,568
Zone Bèja	- 1,3118	41.305	- 0,9746	46,7	54,7	0,884
Haut-Tell	- 1,1684	39.158	- 0,9686	34,5	35,9	1,135
Bassins Intra tell	- 0,8078	15.596	- 0,9201	12,4	27,9	1,258
Nord Ouest	- 1,0035	81.156	- 0,9530	46,7	16,0	1,736
Tunisie*	-1,0923	832.367	-0,9773	1250	32,5	0,62

* Toutes les agglomérations de plus de 2000 hab. Source : A Belhedi 1992.